

## Лекція 5 ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ. МОДЕЛЮВАННЯ

Теоретичні дослідження (ТД) – усе, що дослідник робить у себе в голові, на папері або комп'ютері. Науковий пошук завжди починається з ТД, тому що вони дешевше, не вимагають залучення додаткових працівників, складного встаткування, закупівлі дорогих об'єктів дослідження (студент-дипломник може аналізувати й обґрунтовувати нормативи діагностичних параметрів автомобіля Mercedes-Benz S600, не купуючи й не беручи на прокат цей автомобіль). ТД – це творчий процес, тобто процес створення нового знання. На етапі експерименту перевіряють ідеї й гіпотези, які зародилися й були обґрунтовані в ході ТД.

Гіпотези й аналогії, які відбивають реальний мир, повинні мати наочність або зводитися до зручних для дослідника логічних схем. Логічні схеми, які спрощують міркування й логічні побудови або дозволяють провести експерименти для уточнення природи явища, зветься моделями. Інакше кажучи, модель (лат. *Modulus* – міра) – це об'єкт-замісник об'єкта-оригінала, який забезпечує вивчення деяких властивостей оригінала. Моделювання – це зображення об'єкта-оригінала моделлю для одержання інформації про нього шляхом проведення експериментів над його моделлю.

У нашій галузі саме моделювання є головним різновидом теоретичних досліджень. Найчастіше використовуються математичні моделі, натурні (експерименти), зрідка – масштабні.

**Основні етапи побудови конкретної моделі:** [0] Деяка емпірична реальна картина явища висуває задачу, яку потрібно рішення – знайти відповідь. [1] Нагромадження фактів, опис явища [2] Формалізація, схематизація явища з метою з'ясування завдання [3] Постановка задачі [4] Конструювання елементів моделі. Переклад потрібних даних на мову математичних понять і фізичних величин – залежно від мети дослідження. [5] Створення математичної моделі [6] Вивчення моделі: перевірка несуперечності, коректності постановки завдання, перевірка фізичної розмірності всіх членів рівнянь. [7] Розробка методів рішення [8] Рішення задачі: чисельний аналіз і прогноз [9] Висновки в рамках моделі й порівняння висновків з реальними фактами – перевірка адекватності моделі [10] Уточнення моделі й перехід до нового завдання

**Проблеми моделювання.** При моделюванні систем виникає багатоскладних науково-технічних проблем:

= ідентифікація реальних об'єктів; = вибір типу моделі; = побудова моделей й їхня машинна реалізація; = взаємодія дослідника з моделлю в ході машинного експерименту; = перевірка вірності отриманих у ході моделювання результатів; = виявлення основних закономірностей, досліджених у процесі моделювання.

Залежно від об'єкта моделювання й типу використаної моделі ці проблеми можуть мати різну вагомість. Велика й роль дослідника: постановка завдання й побудова осмисленої моделі являють собою творчий процес і базуються на евристиці. Формальних шляхів вибору оптимального виду моделі немає. От чому вибір тієї або іншої аналогії, того або іншого математичного апарата повністю базується на досліді дослідника, і його помилка може привести до помилкових результатів моделювання. Комп'ютер й Інтернет можуть лише допомогти з погляду ефективності реалізації складної моделі, але не дають можливості підтвердити вірність тієї або іншої моделі.

**Фізичні системи і їхні моделі.** Будь-яка модель фізичної системи – приблизна, вона відображає тільки деякі істотні її властивості. Математичні моделі фізичних систем складають із такої мінімальної кількості елементів, що дозволяє визначити шукані властивості досліджуваної системи з потрібною точністю.

Природа речей проявляється в їхній взаємодії. Тому властивості фізичної системи і її компонентів можна оцінювати співвідношенням дії й реакції, або, говорячи ширше, причини й наслідку. Властивості сил дії й реакції математично описують величинами, які називають **змінними**. Змінні будь-який системи в загальному випадку є функціями часу.

**Операційні визначення понять.** Мир слів і символів пов'язаний з математичним миром за допомогою операційних визначень – якихось дій (операцій), пов'язаних з вимірюванням. Приклад: визначення довжини. Ніякою величиною або набором слів неможливо описати довжину як властивість! Визначити її можна, лише описавши спосіб її виміру. Вимір довжини – це деяка дія, операція, а поняття довжини люди виводять у процесі її виміру, спостереження за її властивостями й т.ін. А слово (або символ "L") заміщає це поняття. Побудова поняття й опис його



символом є емпіричним визначенням. Таким чином, єдиним зв'язком між математичним рівнянням і фізичним явищем є вимірювальні прилади. Величини "відстань", "час", "температура", "сила струму", "тиск" мають сенс у науці лише тому, що вони пов'язані із процесами виміру, а відповідні терміни мають математичний зміст тому, що відображають показання приладів.

Жуль Анрі Пуанкаре (французький фізик і астроном, один з найбільших математиків свого часу, 1854-1912): Головне не в тім, щоб знати, що таке сила, а в тім, як її виміряти.

Є безліч різновидів мат моделей. Їх можна розділити на три групи:

1) детерміновані моделі ("білі"); ПРИКЛАД: Математична модель шляху рівноприскореного руху:  $S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$ ,

де  $S_0$ ,  $v_0$  – шлях, м, і швидкість, м/с, на початку руху,  $a$  – постійне прискорення, м/с<sup>2</sup>,  $t$  – поточний час, с;

2) стохастичні ("чорні ящики");

3) "сірі" – детерміновані, але з урахуванням того, що окремі значення або зв'язки можуть описуватися випадковими числами.

Звичайний шлях розвитку наукових уявлень: "чорна" модель, де ми нічого не знаємо про структуру об'єкта й ідущих у ньому процесів, а лише вивчаємо співвідношення вхідних і вихідних сигналів і підбираємо емпіричні формули для їхнього опису. У міру вивчення ми впроваджуємо в цю модель усе більше детермінованих елементів. Інколи емпірична формула виявляється точним відбиттям законів природи. Приклад: першим досліджував тертя Леонардо да Вінчі, потім Гійом Амонтон (глухий від народження, самоучка, видатний експериментатор і винахідник; 1663-1705) повторив його роботи й запропонував так званий одночленний закон тертя  $F = N \cdot f$ . Шарль Огюстен Кулон (1736-1806) обґрунтував двочленну формулу  $F = A + N \cdot f$ , що, як виявилось, відбиває природу сил тертя: вони складаються із двох складових, які по-різному залежать від навантаження.



Зараз універсальний й ефективний метод оцінки різних (у

тому числі "великих") систем – це моделювання їх на комп'ютері. Головні відповідальні, складні й мало формалізовані моменти цієї роботи:

1) проведення грані між системою й навколишнім середовищем; 2) спрощення опису системи; 3) побудова спочатку концептуальної, а потім формалізованої моделі системи.

Модель повинна бути адекватною, інакше неможливо одержати позитивні результати. АДЕКВАТНОЮ будемо називати модель, яка з деяким ступенем наближення на рівні розуміння системи, яку ми моделюємо, відображає процес її функціонування в навколишньому середовищі.

Доцільно будувати комп'ютерні моделі по блоковому принципі з виділенням трьох автономних груп блоків:

[1] Імітатор впливів зовнішнього середовища на систему.

[2] Власно модель функціонування системи.

[3] Допоміжні блоки для машинної реалізації блоків [1] й [2], а також для фіксації й обробки результатів моделювання.

Послідовність створення моделі: 1} Концепції (вербальний опис). 2} Формалізація (переклад слів на мову формул). 3} Алгоритмізація (розробка порядку рахунку).

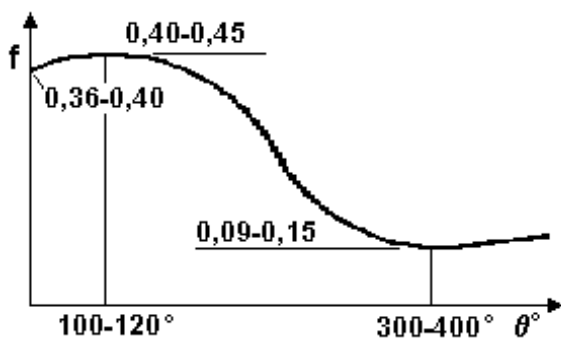
Завжди найскладніше – ідеї (концепції), і цей творчий процес іде часто на інтуїції. Все наступне – довга, трудомістка, кропітка, але непогано формалізована робота.

**Характерні помилки** при теоретичних дослідженнях (ТД). Часто наші завдання не були вирішені раніше тільки через неправильне застосування звичайних методів, наприклад, методів рішення статично невизначених систем. Серед дослідників теж вистачає трієчників. І не вистачає геніїв – тому раніше не була вичленована в явному вигляді задача, методи рішення якої давно відомі. Часто-густо для цього доводиться переступити вищезгаданий психологічний бар'єр. Наприклад, я вирішував задачу силової взаємодії автомобіля з роликівим стендом і довго не знаходив спосіб рішення цієї плоскої статично невизначеної системи лише тому, що не міг подолати інерцію мислення й визнати, що автомобіль у поздовжньому напрямку – не тверде тіло, а система тіл, зв'язаних досить простими пружними зв'язками.

При ТД часто доводиться користуватися якимись емпіричними даними, які потрібно підставляти у свої формули. Іноді чужі дані можуть стати причиною помилок, звичайно через те, що значення, отримані для конкретного об'єкта в конкретному діапазоні умов роботи ми поширюємо на інші об'єкти або інші умови роботи. Або у джерелі наведені дані, обчислені за прийнятою тоді методиці, яка зараз змінена (приклад: коефіцієнт обтічності раніше розраховували по формулі  $k=\rho \cdot Cx$ , зараз –  $k=0,5 \cdot \rho \cdot Cx$ ).

Ще одна характерна помилка – спроба прикласти статичний опис до об'єкта, що працює в динаміці. Приклад: закон Паскаля (тиск у рідині або газі передається в усі сторони без зміни) цілком справедливий для сталих умов (наприклад, режим сталого гальмування на автомобілі з гідроприводом гальм). Але якщо розглядати неусталений режим (початок гальмування, поки педаль рухається), ми одразу зіштовхнемося з динамічними гідроопорами, які спотворюють передачу тиску в системі (приклад із зім'ятою трубою). Ще гостріше це виявиться в системах з високими швидкостями, де доводиться враховувати хвильові процеси (робота систем подачі палива в дизелях або двигунах з безпосереднім упорскуванням).

Ще одне джерело помилок – це спроба обмежитися аналізом лише однієї сторони процесу. Скажемо, поки ми описуємо роботу гальмівного механізму тільки



Типова залежність коефіцієнта тертя в автомобільному гальмі від температури

методами механіки, ширина накладки не впливає на гальмівний момент. Але якщо згадати, що гальмо – це машина тертя, яке перетворює кінетичну енергію в тепло, ми мимохіть змушені будемо довідатися, що коефіцієнт тертя сильно залежить від температури, на яку серйозно впливає фактична площа контакту накладок з барабаном, а отже, фактична ширина робочої зони накладки.

Часто корисно поєднувати математичними методами результати, отримані в різних дослідженнях. Якщо це зробити коректно, можна одержати нові й корисні знання. Якщо ж припуститися методичної помилки, можна стати жертвою "магії формули". Наприклад, хтось описав отриману залежність, використовуючи тригонометричну функцію тангенс. Якщо цей тангенс у вас потім потрапив у знаменник дроби, ви одержите у розрахунках нескінченність (так звана розривна функція) – а це може бути й істиною, і чисто інструментальним ефектом.

Часто помилки виникають через бездумний підхід до формул. Приклад: у стандарті ДСТУ 3649 написано, що для легкового автомобіля гальмівний шлях повинен бути  $S = V_0 * (0,10 + V_0 / 150)$ . Ми розрахуємо гальмівний шлях, наприклад, для швидкості 40 км/ч (11,1 м/с), почнемо його вимірювати на практиці – і одержимо різні значення, скажемо, від 11 до 80 метрів. Потім ми прочитаємо стандарт уважніше й зміркуємо, що "150" – це добуток нормативного вповільнення  $5,8 \text{ м/с}^2$  на перевідний коефіцієнт  $2,36^2$ . Почнемо для кожного автомобіля знаходити своє фактичне вповільнення, підставляти у формулу – і знову нічого не одержимо, поки до нас не дійде, що й константа "0,10" теж тільки норматив, а насправді це добуток  $3,6 \times (\tau_a + 0,5\tau_n)$  і що константа це тільки для ідеалізованого справного автомобіля – а в реальності в кожній машині в її поточному стані це значення буде своїм.

Отже, не можна змішувати формули, написані для різних випадків. Кожного разу потрібно проникати у фізичну сутність описуваного процесу.

Нарешті, треба завжди пам'ятати, що будь-яка математична модель, – це не абсолютна істина, а лише якість наближення до неї. Так, у найпростішому виді баланс сил, що діють на автомобіль при русі, виглядає так:

$$P_T = P_\psi + P_W \pm P_i \pm m \cdot a,$$

де  $P_\psi$  – сила сумарного дорожнього опору (на горизонтальній гладкій дорозі – опору коченню);

$P_W$  – сила опору повітря;

$P_i$  – сила опору руху на ухил;

$m$  – маса автомобіля, кг;

$a$  – прискорення,  $\text{м/с}^2$ .

Складові розраховують так:

$$P_{\psi} = G_a \cdot \psi,$$

де  $G_a$  – вага автомобіля, Н;

$\psi$  – коефіцієнт сумарних дорожніх опорів .

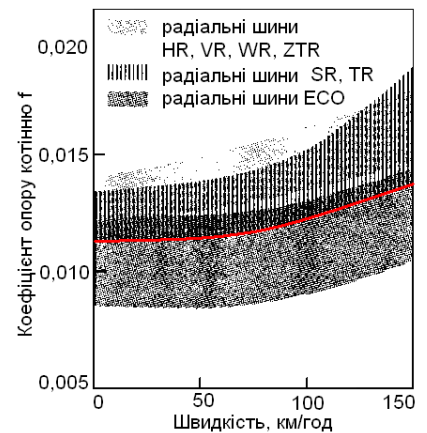
Часто вважають, що  $\psi = \text{const}$  і становить для шосе 0,014...0,018.

$$P_w = kF \cdot v^2 / 3,6^2,$$

де  $kF$  – "фактор обтічності", який можна взяти з таблиць (наприклад, для ВАЗ-2110 0,409, а для КАМАЗ-5320 – 2,88);

$v$  – швидкість, км/год.

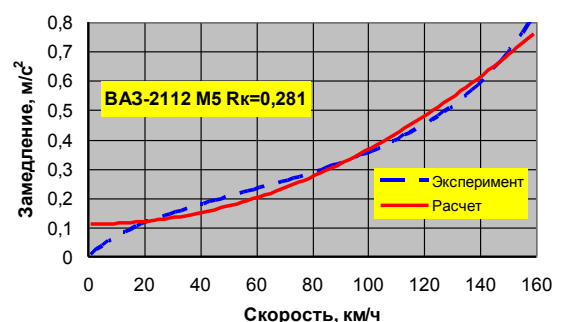
Але от результати розрахунку розходяться з експериментами – і отут згадують, що насправді коефіцієнт опору коченню не константа, а залежить від швидкості. У першому наближенні – лінійно  $f=f_0+A(v-20)$ , потім використовують більше складні формули, наприклад,  $f=f_0+Bv^2$ . Далі виявляється, що говорити про якусь загальну формулу для всіх типів шин безглуздо – і пропонують свої формули для шин діагональних і радіальних, для шин різних швидкісних категорій...



Потім з'ясовується, що чесні експерименти дають не один графіка залежності  $f(v)$ , а ціле поле можливих графіків, що  $f$  залежить ще й від тиску в шині й від навантаження на неї...Та й ще, як показали наші експерименти, на малій швидкості він різко падає...

Не краще справи й з опором повітря. Значення  $kF$  з таблиці дуже середнє. Фактично коефіцієнт обтічності;  $k = 0,5 C_x \rho_v$  ( $C_x$  – коефіцієнт аеродинамічного опору,  $\rho_v$  – густина повітря, у середньому 1,2 кг/м<sup>3</sup>), Н·с<sup>2</sup>·м<sup>-4</sup>; густина повітря істотно залежить від погоди (тиску, температури, вологості) і, скажемо, у Харкові може мінятися від 1,04 до 1,56, тобто в півтора рази.

Лобова площа автомобіля  $F$  в експлуатації не міняється. А от коефіцієнт аеродинамічного опору  $C_x$  – дуже невизначений показник. Він залежить від завантаження автомобіля (тобто від кліренсу) і від його розподілу, тобто від нахилу кузова; на нього впливає дія поперечного вітру, та й швидкість



автомобіля... Втім, є підстави допускати, що швидкість впливає не на  $S_x$ , а на показник ступеня при швидкості, тобто квадрат – це дуже середня величина... Ми вдосконалюємо матмодель – а дослід продовжує показувати розбіжності...

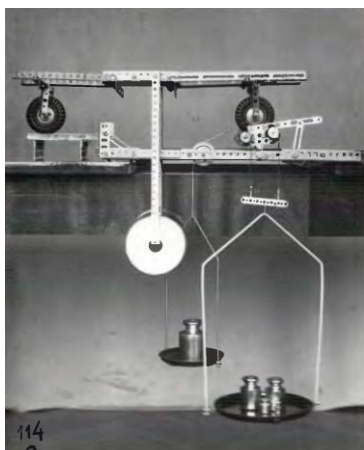
Цей приклад показує, що навіть у порівняно простому завданні доводиться постійно переглядати й уточнювати математичну модель, а змушує це робити Його Величність Експеримент

Експериментальні дослідження. Будь-які теоретичні дослідження необхідно підтверджувати дослідом - експериментом. Експеримент (лат. - перевірка, проба) - науково поставлений дослід, цілеспрямоване вивчення явища, викликаного в умовах, що враховують точно, коли є можливість стежити за ходом зміни цього явища, активно впливати на нього за допомогою різних засобів і відтворювати це явище в тих же умовах. Експеримент (фізичний) припускає використання спостереження, порівняння й виміри.

Більшість законів класичної фізики було відкрито завдяки ретельно організованим експериментам за однофакторною схемою. Але ця методика не дає можливості вивчати складні об'єкти, особливо системи. Доводиться заради скорочення строків виконання НІР іти на зниження вимог до точності. Цьому допомагають різні математичні прийоми: метод найменших квадратів, регресійний і кореляційний аналіз, а тепер ще й теорія планування експерименту. Основна її ідея: для кожного дослід (серії вимірів) прийняти своє сполучення значень факторів, що враховують, (щоб всі потрібні значення брали участь в експерименті по одному разі). Після виконання дослідів особливими прийомами обробки вичленувати вплив кожного фактора.

Три головні правила: 1) Рандомізація - випадковий порядок реалізації дослідів (для боротьби із систематичними помилками). 2) Повторення (для збільшення точності оцінок і виділення корисного сигналу на тлі шуму). 3) Розбивка на блоки - для виключення впливу шкідливих факторів.

Інтерпретація (тлумачення) результатів експерименту. Найважливіша частина дослідження. Зрозуміти, що показав експеримент і що із цього витікає.



Масштабні моделі. При дослідженні механічних систем іноді корисно користуватися масштабними моделями, які дозволяють "звільнити" об'єкт від несуттєвих ознак, довести його до зручних розмірів і досліджувати особливості його поведінки в зручних лабораторних умовах, з меншими



витратами зусиль, засобів і часу. Такі моделі можна робити, наприклад, з дитячого "конструктора". Як й у випадку матмоделей, саме головніше - ретельно визначити, що істотно, а що ні, і не піддатися природному бажанню пристосувати модель до своєї гіпотези. Після модельного експерименту можна визначити мінімально необхідний обсяг натурного експерименту й перевірити свої результати на натурному об'єкті.

Експеримент - це обоюдогостра зброя. Їм можна довести що завгодно й спростувати що завгодно.

Закон Майерса: Якщо факти не підтверджують теорію, від них треба позбутися.

Наслідки: Теорія тим краще, ніж вона багатослівніша.

1. Експеримент можна вважати вдалою, якщо можна відкинути не більше 50% зроблених вимірів, щоб досягти відповідності з теорією.

Так що найстрашніший гріх ученого - фальсифікація результатів експерименту. Приклад - "глобальне потепління".

Не лякайтеся негативних результатів. Фізики говорять - чим далі від теорії до експерименту, тим ближче до Нобелівської премії. Ця розбіжність указує напрямок пошуків. І якщо воно з'явилося там, де начебто все ясно, треба радуватися.

Експерименти без достатнього фінансування. Якщо ви разом зі своїм керівником працюєте по хоздоговорній темі, вам повезло - є гроші на експериментальне встаткування й навіть трошки на зарплату. Але якщо хоздоговора ні, ви виконуєте ініціативне дослідження, те немає й грошей. Доводиться згадати, що голота на вигадки хитра й вишукувати прості способи й засоби. Використання підручних средств. побутової техніки й електроніки. Треба пам'ятати, що нам в експерименті потрібні не стільки предмети, скільки функції. Самий яскравий приклад - як Роберт Вуд чистив трубу спектроскопа кішкою. Іржава стрічка. Саморобні прилади й пристрої. Важливо, що саморобку ви зробите не взагалі, а строго під свої вимоги. Нехай вона примітивна, але робить те, що вам потрібно. Приклад - вимір малих переміщень "нитковим мікрометром" (праворуч) і реєстрація максимального переміщення по горизонталі бруском-повзунком.

Реєстрація відеозаписом дуже зручна - не потрібне особливе встаткування, відеокамера є майже у всіх мобільниках. Не потрібне встаткування для відтворення - будь-який комп'ютер. Можливо покадрове відтворення з реєстрацією часу за допомогою відеомонтажних програм. Дуже проста й зручна Virtual Dub, але не працює з телефонними форматами. Доводиться записи попередньо конвертувати. Непоганий конвертер - Magic Video Converter. Практично з будь-якими форматами працює відеомонтажна програма AVS VideoEditor, але вона складніше в користуванні, примхлива й менш зручна. Комплект

Portable soft as admin містить багато різних програм, у тому числі й Virtual Dub, і універсальний швидкодіючий конвертер Any Video Converter.

У дорожніх експериментах зручно використати приймачі супутникових сигналів і навігатори. Гарну якість забезпечують апарати Garmin й Magellan. Краще брати сучасні GPS / ГЛОНАСС із барометричним альтиметром. Приймачі GPS у телефоні менш надійні, їхні показання не сходяться з показаннями більше якісних приймачів. У кожного апарата є своя програма, але в загальному вони всі працюють зі стандартними сигналами .grx і тому можуть читати запису з різних апаратів. Нормальний приймач записує трек, тобто "слід" - послідовність крапок з координатами приймача й часом, і шляхові крапки за замовленням користувача. Індицирует на вибір координати, швидкість, шлях ("одометр"). Програма Vantage Point дозволяє відтворювати трек з індикацією координат, азимута, швидкості, часу й висоти.

Приклад одного кадру відтворення треку в програмі Vantage Point (запис експерименту Е. Твердохлеб а на автомобілі Opel Omega A)

