

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Методичні вказівки до самостійної роботи
студентів з дисципліни

"Математична обробка підсумків вимірювання"
за спеціальністю 015.13 Професійна освіта (Метрологія,
стандартизація та сертифікація),
освітньо-кваліфікаційний рівень – бакалавр

Харків 2020

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Методичні вказівки до самостійної роботи
студентів з дисципліни

"Математична обробка підсумків вимірювання"
за спеціальністю 015.13 Професійна освіта (Метрологія,
стандартизація та сертифікація),
освітньо-кваліфікаційний рівень – бакалавр

Затверджено
методичною радою університету,
протокол № від 20 р.

Харків 2020

Укладач: ЦИБУЛЬСЬКИЙ Вадим Анатолійович

Кафедра технології машинобудування і ремонту машин

Ці методичні вказівки є посібником із самостійної роботи студентів автомобільного факультету, які навчаються за спеціальністю 015.13 Професійна освіта (Метрологія, стандартизація та сертифікація), галузь знань – 01 Освіта. Робоча програма з дисципліни "Математична обробка підсумків вимірювання" передбачає наступні види навантаження для студентів: лекції, лабораторні роботи, виконання домашніх завдань в межах самостійної роботи. Інтегральна оцінка засвоєння матеріалу студентом виконується викладачем за підсумками його роботи на лекціях і лабораторних заняттях, за результатами самостійної роботи, а також модульного контролю (тестів).

Студентам рекомендуються наступні види самостійної роботи:

- а) вивчення лекційного матеріалу, а також відповідних розділів рекомендованої літератури;
- б) підготовка до лабораторних робіт;
- в) виконання домашніх завдань;
- г) ознайомлення з запитаннями до модульних тестів;
- д) пошук відповідних джерел інформації і підготовка відповідей на запитання модульних тестів.

МВ містять наступні матеріали:

- виписки з робочого плану вивчення дисципліни;
- основні поняття й визначення дисципліни;
- теми й короткий зміст домашніх завдань;
- запитання до модульних тестів;
- приклади варіантів модульних тестів;
- список рекомендованої основної та додаткової літератури.

При виконанні домашніх завдань студенти керуються рекомендаціями викладача, за необхідності отримують від нього необхідні консультації, уточнюють зміст, порядок виконання завдань тощо.

Самостійна робота студента є однією з важливіших складових загального процесу навчання, оскільки уявляє собою найбільш цінну складову всього ланцюга в системі освіти. Саме самостійна робота дозволяє студенту свідомо отримати і закріпити необхідні йому знання, продемонструвати здатність самостійно розв'язувати завдання, проявити свої здібності і, в разі необхідності, ліквідувати прогалини в своїх знаннях і вміннях.

1. РОБОЧИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

№ теми	Тема і короткий зміст лекційного матеріалу	Література
1	2	3
1	Вступ. Мета, задачі, загальна структура та зміст дисципліни. Зв'язок курсу з іншими дисциплінами. Список літератури. Поняття фізичної величини. Одиниці фізичної величини. Система фізичних величин. Вимірювання фізичної величини.	[1]
2	Види і методи вимірювань. Похибки вимірювань. Класифікація методів вимірювання. Види похибок. Класи точності приладів.	[1-4]
3	Елементи теорії ймовірності в застосуванні до обробки результатів вимірювань.	[1-4, 8, 9]
4	Випадкові величини (ВВ). Розподіл ВВ. Дискретна та безперервна ВВ. Поняття розподілу ВВ. Теоретичний та емпіричний розподіли ВВ. Поняття функції розподілу і щільності розподілу.	[1-5, 9, 10]
5	Характеристики розподілу ВВ. Міри положення. Міри розсіювання. Нормальний закон розподілення ВВ.	[2, 11]
6	Оцінка точності результатів вимірювань. Оцінка точності одного прямого вимірювання. Оцінка точності багаторазових прямих вимірювань. Оцінка грубих похибок результатів вимірювань.	[2, 4, 8, 10]
7	Статистична перевірка гіпотез. Задачі статистичної перевірки гіпотез. Перевірка гіпотези нормального розподілу. Перевірка гіпотези рівності двох вибірових середніх і двох вибірових дисперсій.	[5, 6, 10]
8	Кореляційний аналіз. Кореляційні зв'язки. Властивості коефіцієнта кореляції. Регресивний аналіз. Емпірична та теоретична лінії регресії. Метод найменших квадратів.	[2, 3, 5, 7, 8, 11]

2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ Й ВИЗНАЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

2.1. Визначення щодо випадкової величини, закону її розподілу і методики опрацювання результатів вимірювання

Основні дані, якими ми користуємось при аналізі окремих технологічних операцій, виробничих процесів треба вміти належним чином збирати, обробляти, аналізувати і представляти. Необхідність отримання даних може переслідувати за мету:

- контроль і регулювання виробничого процесу;
- аналіз відхилень від встановлених вимог;
- контроль продукції, тощо.

Після того як ми визначимося з метою і отримаємо необхідну інформацію, слід почати з нею працювати.

Отже, для початку розглянемо деякі важливі і необхідні нам в подальшому поняття.

Величина називається *випадковою*, якщо в результаті опиту (випробовування) вона приймає значення, яке заздалегідь нам не звісно. Прикладами випадкових величин є довговічність зразків при втомних випробовуваннях, межі міцності і текучості, відносне подовження, твердість, розмір деталей, який отримують при механічній обробці тощо.

Випадкова величина характеризується областю можливих значень, які вона може приймати в результаті опиту, і ймовірністю отримання цих значень.

Існують випадкові величини двох типів: *дискретні* (перервні) і *безперервні*. Дискретна випадкова величина може приймати ізольовані одне від одного значення, які можна перерахувати. Наприклад, число членів сім'ї, число верстатів, автомобілів. Безперервна випадкова величина може прийматилюбі значення з деякого кінцевого або нескінченного інтервалу. Наприклад, час до руйнування зразків є безперервною величиною і може приймати цілі і часткові значення в нескінченному або кінцевому інтервалі.

Усі характеристики механічних властивостей матеріалів і розміри деталей являються безперервними випадковими величинами.

З поняттям масового явища невід'ємно зв'язано поняття статистичної сукупності.

Статистичною сукупністю називається сукупність об'єктів схожих у якомусь відношенні і в той самий час, яким притаманні змінні ознаки, які можуть бути предметом статистичного вивчення.

Статистична сукупність складається з окремих *елементів* або *одиниць*. Їх загальне число називається *обсягом сукупності*.

Залежно від повноти обстеження одиниць сукупності розрізняють генеральну і вибірку сукупності. *Генеральною сукупністю* називається сукупність усіх спостережень, які можна було б гіпотетично зробити при даних умовах вимірювань. Прикладом генеральної сукупності може бути нескінченно велика сукупність зразків (результатів випробувань), які можуть бути виготовлено з матеріалу, що досліджується. Кінцева сукупність зразків (результатів випробувань), що є часткою генеральної сукупності називається *вибіркою*. Метод, який полягає у тому, що на підставі характеристик і властивостей вибірки x_1, x_2, \dots, x_n робиться висновок про числові характеристики і закон розподілу ВВ X , називається *вибірковим методом*.

Отримані в результаті вимірювань (спостережень) статистичні дані необхідно систематизувати, привести до необхідного вигляду. Розмістивши окремі значення ознак (варіантів) у зростаючому або зменшувальному порядку, отримуємо *ранжируваний ряд розподілу*.

Однак ранжируваний ряд ще не дає загальної картини розподілу, так як з нього не видно, яку закономірність закладено у розподіл, навкруги якої величини концентруються окремі варіанти. Тому виникає необхідність подальшого узагальнювання статистичних даних, об'єднання їх в окремі групи і підрахунку частот для кожної з них. Таким чином ми отримуємо *варіаційний ряд розподілу*.

Варіаційним рядом розподілу називається впорядкована статистична сукупність, у якій значення (варіанти) розташовано у ранжируваний ряд і наведено для кожного інтервалу (групи) відповідні значення частот (частостей).

Розмах варіації R – це різниця між найбільшим x_{\max} і найменшим x_{\min} значеннями ознаки

$$R = x_{\max} - x_{\min} . \quad (2.1)$$

Для наочності варіаційні ряди розподілу можна зобразити графічно у вигляді гістограми або полігону. Якщо по горизонтальній вісі відкласти значення величини, що вимірюється, а по

вертикальній – частоту появи цих значень, то отримаємо розподіл величини.

Гістограма (рис. 2.1) служить для зображення інтервального варіаційного ряду розподілу, полігон, як правило, – дискретного варіаційного ряду.

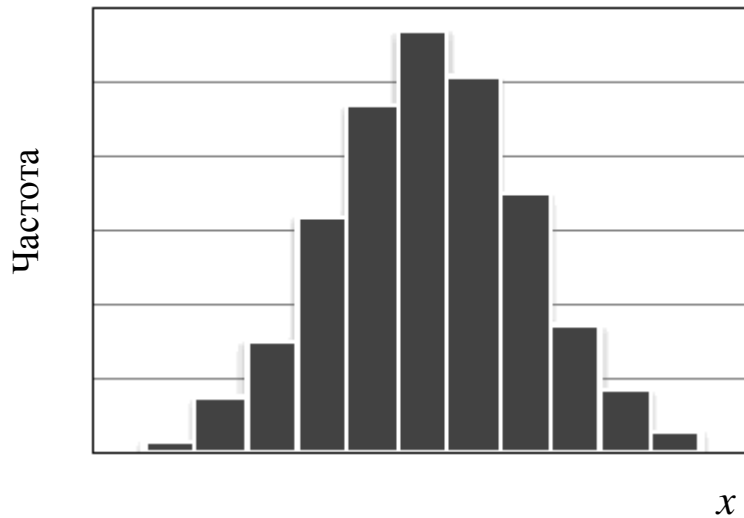


Рисунок 2.1 – Приклад побудови гістограми

Побудувавши полігон або гістограму, можна отримати перше представлення про *форму розподілу*, під якою розуміють форму його графіка, який ми будемо мати, якщо зменшувати інтервал Δx і, за рахунок цього, збільшувати число інтервалів у гістограмі. Остання, таким чином, переходить у плавну криву розподілу, яка відображує нормальний закон розподілу ВВ і зветься в математичній статистиці законом Гауса (рис. 2.2).

Аналітичне вираження цього закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.2)$$

де x – значення ВВ;

a – математичне сподівання ВВ;

σ^2 – дисперсія ВВ.

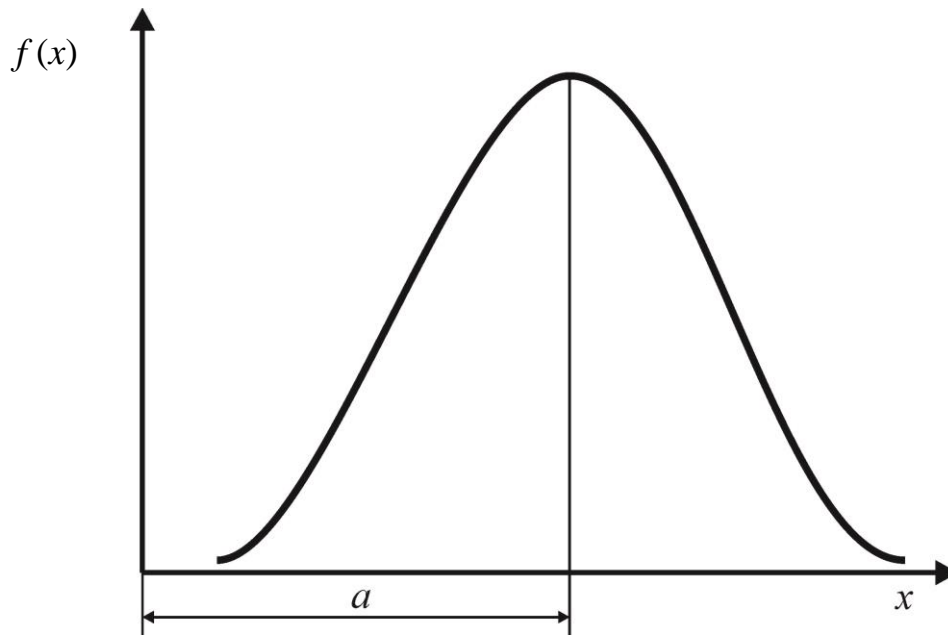


Рисунок 1.2 – Крива нормального розподілу величини X

Різниця між кількісними ознаками у вибіркових і генеральних сукупностях залежить від обсягу вибірки. З збільшенням числа випробувань (вимірювань) у відповідності до закону великих чисел вибіркові характеристики збігаються по ймовірності з генеральними характеристиками, або, інше кажучи, вірогідність події, яка полягає у тому, що різниця між вказаними ознаками не буде перевищувати як можна малу величину, при збільшенні обсягу вибірки безмежно наближається до одиниці.

На практиці зазвичай на підставі вибіркових характеристик судять про рівень генеральних характеристик. До таких характеристик відносяться наступні вибіркові характеристики:

\bar{x} – вибіркове середнє значення ВВ X ;

S^2 – вибіркова дисперсія;

S – вибіркове середнє квадратичне відхилення;

V – вибірковий коефіцієнт варіації.

Визначення вибіркових характеристик ВВ. Вибіркове середнє значення \bar{x} (оцінка математичного сподівання a) ВВ визначається за формулою

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (2.3)$$

де x_i – значення випадкової величини;

n – число елементів сукупності.

При обмеженому числі вимірювань (обмежена вибірка) вибіркова дисперсія S^2 визначається за формулою

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (2.4)$$

Дисперсія S^2 (оцінка генеральної дисперсії σ^2) характеризує розкид результатів вимірювань, ширину кривої розподілу (рис. 1.2). Тому дисперсія може характеризувати точність методики, однорідність результатів вимірювань.

Вибіркове середнє квадратичне відхилення S , відповідно до формули (1.4)

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (2.5)$$

Вибірковий коефіцієнт варіації визначається за формулою

$$V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (2.6)$$

Коефіцієнт варіації показує, наскільки значним є розсіювання у порівнянні з середнім значенням \bar{x} ВВ.

Побудова довірчих інтервалів. Перша задача, яка виникає при оцінці результатів вимірювань, – визначення похибки вимірювань математичного сподівання a по обмеженій вибірці. Значення \bar{x} лише приблизно оцінює a , тобто

$$(\bar{x} - \delta) \leq a \leq (\bar{x} + \delta).$$

Зауважимо, що δ також випадкова величина і в різних серіях вимірювань вона може бути реалізована по-різному. Тому, оцінюючи δ , задаємося надійністю – довірчою ймовірністю, з якою гарантується поява похибки, що не виходить за межі δ . Якщо позначити довірчу ймовірність P , то ступінь ризику

$$1 - P = \alpha, \quad (2.7)$$

де α – рівень значущості.

Значення всіх статистичних критеріїв виражаються через рівень значущості або довірчу ймовірність. Зазвичай в техніці приймають $\alpha = 0,05$, що відповідає 95 % надійності. Якщо число вимірювань велике і відомо значення дисперсії σ^2 , то неважко визначити δ – довірчий інтервал при різних значеннях довірчої ймовірності. З формули (1.2) витікає правило «трьох сигм», що полягає в тому, що в інтервалі $\pm 3\sigma$ знаходиться 99,7 % всіх результатів, в інтервалі $\pm 2\sigma$ – 95 % і в інтервалі $\pm \sigma$ – 68 %.

Якщо число вимірювань обмежено, то довірчий інтервал визначається за формулою [1, 2, 3, 4]

$$\delta = t_{\alpha;m} \cdot S / \sqrt{n}, \quad (2.8)$$

де $t_{\alpha;m}$ – коефіцієнт Стюдента;

S – корінь квадратний з вибіркової дисперсії;

n – число вимірювань.

Отже, довірчий інтервал для математичного сподівання, таким чином, запишеться у вигляді

$$\bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} \cdot t_{\alpha;m} \leq a \leq \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} \cdot t_{\alpha;m}. \quad (2.9)$$

Визначення обсягу вибірки. Обґрунтування обсягу випробувань (вимірювань) з метою визначення кількісних характеристик з заданим ступенем точності і надійності є основною задачею планування випробувань (вимірювань). Від правильного визначення обсягу вибірки залежить обсяг дослідження, терміни, в які воно буде проведено, фінансові витрати і ряд інших організаційних проблем, а також, що власне важливо, точність і надійність результатів дослідження.

Як правило, технолог при технологічних дослідженнях використовує вибірку сукупність. При цьому йому необхідно бути достатньо впевненим в тому, що характеристики, отримані на підставі аналізу вибірки, відрізняються від відповідних характеристик генеральної сукупності із заданою точністю і надійністю. Це дозволить поширити висновки, отримані шляхом аналізу вибірки, на всю генеральну сукупність. У зв'язку з цим обсяг вибірки залежить від тієї точності та надійності, з якими технолог-дослідник бажає отримати результати аналізу. Крім того, обсяг

вибірки залежить від виду статистичних показників, за допомогою яких характеризуються особливості досліджуваного явища.

Найбільш простим методом визначення необхідного обсягу вибірки n є метод з використанням таблиці досить великих чисел [1]. Однак користуючись цим методом отримуємо завищений обсяг вибірки n . У зв'язку з цим даний метод слід застосовувати в тих випадках, коли вибіркова сукупність становить невелику частину генеральної сукупності ($N > 20n$; N – обсяг генеральної сукупності); проводяться разові дослідження технологічного процесу або дослідження виконується вперше (раніше про статистичні характеристики процесу нічого не було відомо).

У загальному випадку обсяг вибірки n в залежності від точності δ і надійності α , а також залежно від виду статистичних характеристик, що визначаються і співвідношення обсягів вибіркової і генеральної сукупності визначають за формулами, наведеними в [1, 2, 3, 4].

При звісному значенні статистичної характеристики S , задаючись рівнем значущості α і похибкою δ у абсолютних одиницях ознаки, яка нас задовольняє, з формули (1.8) можна знайти обсяг вибірки n

$$n = \frac{t_{\alpha;m} \cdot S}{\delta} . \quad (2.10)$$

3. ТЕМИ, ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ І ПРИКЛАДИ ЇХ ВИКОНАННЯ

Кожен студент на початку занять отримує від викладача індивідуальне завдання на виконання самостійної роботи. Початкові дані містять вибірки №1, 2, 3 для виконання завдань 1-4. Для виконання завдання 5 видається статистика, яку взято з літератури [10] і яка є такою, що відповідає реальним даним виробництва. Завдання виконуються в окремому зошиті і надаються викладачу для контролю.

Нижче наведено теми практичних занять і зміст завдань.

3.1 Тема: Визначення статистичних характеристик розподілу випадкової величини. Перевірка статистичних гіпотез

Завдання 1. Розрахунок середнього арифметичного значення і середнього квадратичного відхилення S вибірки № 3 і коефіцієнта варіації V , а також і S для вибірок № 1 і № 2. Перевірка випадковості вибірки № 3 методом числа довжини серій. Перевірка крайніх членів варіаційного ряду вибірки № 3, що різко відрізняються, на їх приналежність цій вибірці за критерієм Смирнова-Груббса. Перевірка випадковості вибірки № 2 методом послідовних різниць.

Завдання 2. Перевірка відповідності емпіричного розподілу (вибірки № 3) закону нормального розподілу за критерієм W - Шапіро-Уїлка. Перевірка нормальності вибірки № 2 по коефіцієнтах ексцесу E і асиметрії A .

Завдання 3. Порівняння однорідності (рівність) дисперсій вибірок №1 і №2 за критерієм F -Фішера. Порівняння середніх вибірок №1 і №2 за критерієм t -Стюдента (випадок незалежних вибірок). Порівняння приналежності вибірок №1 і №2 одних і тих же генеральних сукупності ранговим критерієм Уїлкоксона.

Завдання 4. Порівняння дисперсій вибірок №1, №2 і №3 за критерієм Бартлета (Bartlet). Однофакторний дисперсійний аналіз вибірок № 1, №2 і №3 (обов'язково сформулювати нульову гіпотезу).

3.2 Тема: Дослідження зв'язку між показниками якості (факторного і результативного).

Завдання 5. Дослідження зв'язку між показниками виробничої і експлуатаційної якості відремонтованих виробів.

3.3 Перевірка випадковості і незалежності спостережень

Приклади задач та порядок їх розв'язання

Отримано дві вибірки параметрів X_7 і Y_7 об'ємом по $n = 14$ значень (табл. 3.1). Необхідно виконати відповідні розрахунки і побудувати графічну залежність Y від X по рівнянню регресії. У разі, якщо отримане рівняння регресії виявиться неадекватним, вихідні дані доповнити інформацією, наведеною в рядках 15-18, і розрахувати нове рівняння регресії.

Отже розглядаються два ряди випадкових величин: X_7 – зазор в сполученні стрижень впускного клапана – направляюча втулка, мм;

$У_7$ – напрацювання між відмовами сполучення впускний клапан – направляюча втулка, тис. км.

Таблиця 3.1 – Вихідні дані

і	Опитні дані	
	X_7 , мм	$У_7$, тис.км
1	0,21	75,5
2	0,16	81,1
3	0,28	57
4	0,13	88,8
5	0,17	80,5
6	0,18	93,8
7	0,20	68,3
8	0,17	40,8
9	0,15	70,7
10	0,17	85,4
11	0,24	51,3
12	0,16	110,1
13	0,10	60,7
14	0,15	92,3
15	0,18	72,2
16	0,13	93,7
17	0,22	55,5
18	0,16	78

Для перевірки умови випадковості і незалежності використовуємо критерій серій. Виконуємо впорядкування вибірки обсягом n – складаємо варіаційний ряд.

Варіаційний ряд ВВ X : 0,10 0,13 0,15 0,15 0,16 0,16 0,17 0,17 0,17 0,18 0,20 0,21 0,24 0,28

Обчислюємо медіану x_{med} (середину варіаційного ряду)

$$x_{med} = 0,5(x_7 + x_8) = 0,5 (0,17 + 0,18) = 0,175$$

Порівнюючи значення x_i , наведені в таблиці 3.1, з величиною x_{med} , записуємо ряд у вигляді послідовних знаків «+» и «-».

+ - + - - + + - - - + - - -

Підраховуємо кількість серій v .

Визначаємо розмір найбільш довгої серії τ (максимальна кількість однакових знаків, що стоять поруч).

Число серій $v_x = 8$. Розмір найдовшої серії $\tau_x = 3$.

Варіаційний ряд ВВ У:

40,8 51,3 57 60,7 68,3 70,7 75,5 80,5 81,1 85,4 88,8 92,3
93,8 110,1

Обчислюємо медіану y_{med}

$$y_{med} = 0,5(y_7 + y_8) = 0,5(75,5 + 80,5) = 78.$$

послідовність знаків

- + - + + + - - - + - + - +

$$v_y = 10, \quad \tau_y = 3.$$

Величина вважається випадковою і спостереження незалежними, якщо виконуються умови $v > v_{кр}$ і $\tau < \tau_{кр}$

$$v_{кр} = 0,5(n+1 - z_\alpha \sqrt{n-1}), \quad (3.1)$$

$$\tau_{кр} = 3,32 \cdot \lg(n+1), \quad (3.2)$$

де z_α – нормована випадкова величина, яка вибирається по таблиці функції Лапласа для рівня значущості α .

Приймаємо рівень значущості $\alpha = 0,05$, знаходимо $z_\alpha = 1,96$.

$$v_{кр} = 0,5(14+1 - 1,96\sqrt{14-1}) = 3,97,$$

$$\tau_{кр} = 3,32 \cdot \lg 15 = 3,9$$

Параметри x і y є випадковими величинами, спостереження - незалежними, тому що $V_x > V_{кр}$, $V_y > V_{кр}$, $\tau_x < \tau_{кр}$, $\tau_y < \tau_{кр}$.

4. ПЕРЕЛІК ЗАПИТАНЬ ДО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

1. Поняття фізичної величини.
2. Системи фізичних величин.
3. Розмірність ФВ. Одиниці ФВ. Розмірні і безрозмірні, основні і похідні ФВ.
4. Що означає виміряти ФВ?
5. Прямі і непрямі виміри.
6. Абсолютні і відносні виміри.
7. Класифікація методів вимірів за різними ознаками.
8. Класифікація погрешностей за різними ознаками
9. Абсолютна, відносна і приведена погрешність.
10. Випадкові, систематичні погрешності і промахи.
11. Класи точності приладів.
12. Випадкові події. Достовірне і неможливе.
13. Вибірка. Вибірковий метод.
14. Генеральна сукупність.
15. Випадкова величина. Приклади.
16. Дискретні і безперервні випадкові величини.
17. Числові характеристики розподілів випадкових величин.
18. Заходи положення.
19. Заходи розсіювання.
20. Функція розподілу. Інтегральна і диференціальна форма представлення.
21. Гістограма, полігон розподілу.
22. Властивості нормального розподілу (Гауса).
23. Правило 3-х σ (сигм).
24. Погрешність одиничного прямого виміру.
25. Погрешність багатократних прямих вимірів.
26. Довірчий інтервал. Довірча вірогідність.
27. Представлення результату вимірів.
28. Коефіцієнт Стьюдента.
29. Міри положення ВВ.
30. Міри розсіювання ВВ.

31. Статистичні гіпотези. Нульова і альтернативна гіпотези.
32. Приклади статистичних гіпотез.
33. Перевірка аномальності результатів вимірів. Методи Ірвина, Грубса, Романовського.
34. Кореляційний аналіз. Завдання аналізу.
35. Метод найменших квадратів. Лінійна регресія.
36. Лінія регресії. Рівняння регресії.
37. Коефіцієнт кореляції. Його значення.

5. ТЕСТИ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

Модульний тестовий контроль №2(вар. 2)

1. За способом отримання результату розрізняють:
 - А. Прямі і непрямі виміри.
 - Б. Прямі і зворотні виміри.
 - В. Абсолютні і непрямі виміри.

2. Який із зв'язків між ознаками являється найбільш певною (повною)
 - А. Стохастична (імовірнісна).
 - Б. Кореляційна.
 - В. Функціональною.

3. Абсолютна погрішність – це...
 - А. Різниця між будь-якими двома значеннями вимірюваної величини.
 - Б. Різниця між найбільшим і найменшим значеннями вимірюваної величини.
 - В. Різниця між результатом виміру X шуканої величини і її істинним значенням $X_{ист.}$, виражена в одиницях виміру.

4. Відношення абсолютної погрішності виміру до істинного значення вимірюваної величини називається:
 - А. Приведеною погрішністю.
 - Б. Відносною погрішністю.
 - В. Помилкою виміру.

5. Погрішність, яка являється або постійною, або змінюється за якимсь певним законом в часі, називається:

- А. Випадковою.
- Б. Систематичною.
- В. Промахом.

6. Є статистичний ряд значень ознаки: 3, 2, 5, 4, 6. Медіаною цього ряду є значення

- А. 5
- Б. 4
- В. 4,5

7. Модою називається

- А. Значення ознаки, що має найбільшу частоту в статистичному ряду розподілу.
- Б. Таке значення ознаки, яке ділить ранжируваний ряд розподілу на дві рівні частини.
- В. Різниця між максимальним і мінімальним значеннями ознаки.

8. У тих випадках, коли на приладі клас точності не вказаний, абсолютна погрішність приймається рівною:

- А. Ціні ділення.
- Б. Половині ціни ділення.
- В. Однієї третьої ціни ділення.

9. Надійністю результату серії вимірів називають:

- А. Відхилення від істинного значення, виражене у відсотках.
- Б. Величину дисперсії.
- В. Вірогідність α того, що істинне значення X вимірюваної величини потрапляє в цей довірчий інтервал.

10. Виберіть формулу, по якій визначається довірчий інтервал:

- А. $\delta = t_{\alpha; m} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$
- Б. $R = x_{\max} - x_{\min}$
- В. $S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

11. Знайти математичне очікування випадкової величини X , якщо відомий закон її розподілу:

- | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|
| А. 3 | X | 3 | 5 | 2 |
| | P | 0,1 | 0,6 | 0,3 |

- Б. 4
- В. 3,9

12 Відомий закон розподілу випадкової величини:

| | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|
| X | 3 | 5 | 2 | 7 |
| P | 0,1 | 0,4 | 0,2 | 0,3 |

Яке значення випадкової величини є модальним.

13. Яке з тверджень є вірним (правильним)?

- А. Генеральна сукупність є підмножиною вибіркової сукупності.
- Б. Вибіркова сукупність є підмножиною генеральної сукупності.
- В. Вибіркова сукупність не є підмножиною генеральної сукупності.

14. За характером варіювання кількісні ознаки підрозділяються на:

- А. Дискретні і безперервні.
- Б. Цілі і дробові.
- В. Випадкові і детерміновані.

15. У якому з критеріїв для відкидання результатів, що різко виділяються, при розрахунку статистичних характеристик S і спочатку відкидається сумнівний результат?

- А. Критерій Ірвина.
- Б. Критерій Груббса.
- В. Критерій Романовського.

16. До числових характеристик розподілів, визначальним розсіюванням випадкових величин навколо центру групування, відносяться:

- А. Математичне очікування і дисперсія.
- Б. Дисперсія, середнє квадратичне відхилення, розмах і коефіцієнт варіації.
- В. Середнє квадратичне відхилення і розмах.

17. Коефіцієнт варіації – це...

- А. Відношення середнього квадратичного відхилення до середнього арифметичного значення випадкової величини.
- Б. Відношення розмаху до математичного очікування.
- В. Твір середнього квадратичного відхилення і математичного очікування.

18. Середнє арифметичне зважене можна визначити по формулі:

А. $\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$.

Б. $\bar{x} = \frac{1}{\sum n_i} \cdot \sum_{i=1}^m x_i \cdot n_i$.

В. $\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$.

19. Для нормального розподілу випадкової величини щільність вірогідності визначається рівністю:

А. $f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$.

Б. $S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$.

В. $F(x) = P(X \leq x)$.

20. Математичне очікування безперервної випадкової величини визначається по формулі:

А. $M(x) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p(x_i)$.

Б. $M(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \varphi(x) \cdot dx$.

В. $M(x) \approx \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$.

6. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна

1 Брянский Л.Н., Дойников А.С. Краткий справочник метролога: Справочник. М.: Изд-во стандартов, 1991. – 79 с.

2 Рего К.Г. Метрологическая обработка результатов технических измерений: Справочное пособие. – К.: Техніка, 1987. – 128 с.

3 Зажигаев Л.С., Кишьян А.А., Романиков Ю.И. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента. – М.: Атомиздат, 1978. – 232 с.

4 Маркин Н.С. Основы теории обработки результатов измерений: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. – М.: Издательство стандартов, 1991. – 176 с.

5 Степнов М.Н., Шаврин А.В. Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справочник. 2-е изд. испр. и доп. – М.: Машиностроение, 2005. – 400 с.

6 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебн. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1977. – 428 с.

7 Колкер Я.Д. Математический анализ точности механической обработки деталей. – К.: Техніка, 1976. – 200 с.

Додаткова

9 Солонин И.С. Математическая статистика в технологии машиностроения. – М.: Машиностроение, 1972. – 216 с.

10 Шторм Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. Пер. с нем. – М.: Мир. 1970. – 368 с.

11 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебн. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1975. – 333 с.

12 Степнов М.Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 232 с.

13 Зайдель А.Н. Погрешности измерений физических величин. – Ленинград: Наука, 1985. – 112 с.

Інформаційні ресурси

13. Офіційний сайт Харківського національного автомобільно-дорожнього університету [Електронний ресурс]. – 2017. – Режим доступу: khadi.kharkov.ua

Методичні вказівки
до самостійної роботи студентів
з дисципліни «Основи теорії тертя та зношування»
для студентів за спеціальністю 015.20 «Транспорт»,
освітньо-кваліфікаційний рівень – бакалавр

Укладач: ЦИБУЛЬСЬКИЙ Вадим Анатолійович

Відповідальний за випуск Подригало М.А.

Редактор

Підписано до друку Формат 60x84 1/16. Папір тип. №
Віддруковано на ризографі Умовн.друк.арк 2,0 Обл.вид.арк. 1,2
Замовлення № Тираж 25 прим.

Адреса редакції видавця та поліграфпідприємства

ХНАДУ, 61002, Харків, вул. Ярослава Мудрого, 25

Віддруковано видавництвом Харківського національного
автомобільно-дорожнього університету